

## Übungsaufgabe A

Gegeben sei ein 2+2-Bit-Vergleicher. Dieser hat 4 Eingangsvariablen (A0, A1, B0 und B1), wovon jeweils zwei zusammengehören und eine Dualzahl repräsentieren, sowie 3 Ausgangsvariablen (X, Y, Z), die angeben ob ...

- ... Dualzahl  $A < B \rightarrow X = 1$
- ... Dualzahl  $A = B \rightarrow Y = 1$
- ... Dualzahl  $A > B \rightarrow Z = 1$

4. Stellen Sie die zugehörige Funktionstabelle auf.
5. Ermitteln Sie aus der Funktionstabelle die notwendigen DNF.
6. Überprüfen Sie die aufgestellten DNF mit Hilfe von KV-Diagrammen.

### Funktionstabelle:

Zeile	B1	B0	A1	A0	X	Y	Z
00	0	0	0	0	0	1	0
01	0	0	0	1	0	0	1
02	0	0	1	0	0	0	1
03	0	0	1	1	0	0	1
04	0	1	0	0	1	0	0
05	0	1	0	1	0	1	0
06	0	1	1	0	0	0	1
07	0	1	1	1	0	0	1
10	1	0	0	0	1	0	0
11	1	0	0	1	1	0	0
12	1	0	1	0	0	1	0
13	1	0	1	1	0	0	1
14	1	1	0	0	1	0	0
15	1	1	0	1	1	0	0
16	1	1	1	0	1	0	0
17	1	1	1	1	0	1	0

**DNF für X erstellen:**

$$X = (\overline{B1} * B0 * \overline{A1} * \overline{A0}) + (B1 * \overline{B0} * \overline{A1} * \overline{A0}) + (B1 * \overline{B0} * \overline{A1} * A0) + (B1 * B0 * \overline{A1} * \overline{A0}) \\ + (B1 * B0 * \overline{A1} * A0) + (B1 * B0 * A1 * \overline{A0})$$

$$X = (B0 * \overline{A1} * \overline{A0}) * (\overline{B1} + B1) + (B1 * \overline{B0} * \overline{A1}) * (\overline{A0} + A0) + (B1 * \overline{A1} * A0) * (\overline{B0} + B0) \\ + (B1 * \overline{A1} * \overline{A0}) * (\overline{B0} + B0) + (B1 * B0 * \overline{A0}) * (\overline{A1} + A1)$$

$$X = (B0 * \overline{A1} * \overline{A0}) + (B1 * \overline{B0} * \overline{A1}) + (B1 * \overline{A1} * A0) + (B1 * \overline{A1} * \overline{A0}) + (B1 * B0 * \overline{A0})$$

$$X = (B0 * \overline{A1} * \overline{A0}) + (B1 * \overline{B0} * \overline{A1}) + (B1 * \overline{A1}) + (B1 * B0 * \overline{A0})$$

$$X = (B0 * \overline{A1} * \overline{A0}) + (B1 * \overline{A1}) * (\overline{B0} + 1) + (B1 * B0 * \overline{A0})$$

$$X = (B0 * \overline{A1} * \overline{A0}) + (B1 * \overline{A1}) + (B1 * B0 * \overline{A0})$$

**KV-Diagramm für X:**

	$\overline{A0}$	A0	A0	$\overline{A0}$	
$\overline{A1}$	00	01	05	04	$\overline{B1}$
A1	02	03	07	06	$\overline{B1}$
A1	12	13	17	16	B1
A1	10	11	15	14	B1
	$\overline{B0}$	$\overline{B0}$	$\overline{B0}$	$\overline{B0}$	

Hand-drawn annotations on the Karnaugh map: a vertical line on the right side of the last column (cells 04, 06, 16, 14) with a '1' in the top cell; a horizontal line at the bottom of the last row (cells 10, 11, 15, 14) with '1's in the first three cells; a circle around the cell (16, 14) with a '1'; and a vertical line on the right side of the last column (cells 04, 06, 16, 14) with a '1' in the top cell.

**DNF aus KV-Diagramm:**

**Minterm 1:**  $B1 * \overline{A1}$  unten quer (Felder 10, 11, 15, 14)

**Minterm 2:**  $B1 * B0 * \overline{A0}$  rechts unten (Felder 14, 16)

**Minterm 3:**  $B0 * \overline{A1} * \overline{A0}$  über Rand (Felder 14, 04)

→ **Funktionsterm:**  $X = (B1 * \overline{A1}) + (B1 * B0 * \overline{A0}) + (B0 * \overline{A1} * \overline{A0})$

**Beide DNF-Terme sind identisch → passt !**

**DNF für Y erstellen:**

$$Y = (\overline{B1} * \overline{B0} * \overline{A1} * \overline{A0}) + (\overline{B1} * B0 * \overline{A1} * A0) + (B1 * \overline{B0} * A1 * \overline{A0}) + (B1 * B0 * A1 * A0)$$

**KV-Diagramm für Y:**

	$\overline{A0}$	$A0$	$\overline{A0}$	$A0$	
$\overline{A1}$	00	01	05	04	$\overline{B1}$
$A1$	02	03	07	06	$\overline{B1}$
$\overline{A1}$	12	13	17	16	$B1$
$A1$	10	11	15	14	$B1$
	$\overline{B0}$	$\overline{B0}$	$B0$	$B0$	

**DNF aus KV-Diagramm:**

- Minterm 1:**  $(\overline{B1} * \overline{B0} * \overline{A1} * \overline{A0})$  links oben (Feld 00)  
**Minterm 2:**  $(\overline{B1} * B0 * \overline{A1} * A0)$  rechts oben (Feld 05)  
**Minterm 3:**  $(B1 * \overline{B0} * A1 * \overline{A0})$  links unten (Feld 12)  
**Minterm 4:**  $(B1 * B0 * A1 * A0)$  rechts unten (Feld 17)

**→ Funktionsterm:**

$$Y = (\overline{B1} * \overline{B0} * \overline{A1} * \overline{A0}) + (\overline{B1} * B0 * \overline{A1} * A0) + (B1 * \overline{B0} * A1 * \overline{A0}) + (B1 * B0 * A1 * A0)$$

**Beide DNF-Terme sind identisch → passt !**

**DNF für Z erstellen:**

$$Z = (\overline{B1} * \overline{B0} * \overline{A1} * A0) + (\overline{B1} * \overline{B0} * A1 * \overline{A0}) + (\overline{B1} * \overline{B0} * A1 * A0) + (\overline{B1} * B0 * A1 * \overline{A0}) \\ + (\overline{B1} * B0 * A1 * A0) + (B1 * \overline{B0} * A1 * A0)$$

$$Z = (\overline{B1} * \overline{B0} * A0) * (\overline{A1} + A1) + (\overline{B1} * \overline{B0} * A1) * (\overline{A0} + A0) + (\overline{B1} * B0 * A1) * (\overline{A0} + A0) \\ + (\overline{B0} * A1 * A0) * (\overline{B1} + B1)$$

$$Z = (\overline{B1} * \overline{B0} * A0) + (\overline{B1} * \overline{B0} * A1) + (\overline{B1} * B0 * A1) + (\overline{B0} * A1 * A0)$$

$$Z = (\overline{B1} * \overline{B0} * A0) + (\overline{B1} * A1) + (\overline{B0} * A1 * A0)$$

**KV-Diagramm für Z:**

	$\overline{A0}$	$A0$	$A0$	$\overline{A0}$			
$\overline{A1}$	00	01	1	05	04	$\overline{B1}$	
$A1$	02	1	03	1	07	1	$B1$
$A1$	12	13	1	17	16	$B1$	
$A1$	10	11	15	14	$B1$		
	$\overline{B0}$	$\overline{B0}$	$B0$	$B0$			

**DNF aus KV-Diagramm:**

**Minterm 1:**  $\overline{B1} * A1$                       waagrecht (Felder 02, 03, 07, 06)

**Minterm 2:**  $\overline{B1} * \overline{B0} * A0$               senkrecht oben (Felder 01, 03)

**Minterm 3:**  $\overline{B0} * A1 * A0$               senkrecht oben (Felder 03, 13)

→ **Funktionsterm:**  $Z = (\overline{B1} * A1) + (\overline{B1} * \overline{B0} * A0) + (\overline{B0} * A1 * A0)$

**Beide DNF-Terme sind identisch → passt !**

## Übungsaufgabe B

Die Einfahrt in eine Tiefgarage sei nur dann möglich wenn mindestens drei von vier Lüftern in Betrieb sind (Überwachung durch Luftstromwächter B1 bis B4; wenn o.k., dann „1“-Signal). In diesem Fall leuchtet an der Einfahrt eine grüne Lampe.

Bei Betrieb von nur zwei Lüftern ist nur noch die Ausfahrt aus der Tiefgarage möglich, was an der Einfahrt mittels einer gelben Lampe signalisiert wird.

Arbeiten weniger als zwei Lüfter ordnungsgemäß zeigt die Ampel an der Einfahrt ein rotes Licht.

3. Stellen Sie eine Funktionstabelle auf.
4. Geben Sie den (die) zur Programmierung benötigten Funktionsterm(e) an.

### Funktionstabelle:

Zeile	B4	B3	B2	B1	gn	ge	rt
00	0	0	0	0	0	0	1
01	0	0	0	1	0	0	1
02	0	0	1	0	0	0	1
03	0	0	1	1	0	1	0
04	0	1	0	0	0	0	1
05	0	1	0	1	0	1	0
06	0	1	1	0	0	1	0
07	0	1	1	1	1	0	0
10	1	0	0	0	0	0	1
11	1	0	0	1	0	1	0
12	1	0	1	0	0	1	0
13	1	0	1	1	1	0	0
14	1	1	0	0	0	1	0
15	1	1	0	1	1	0	0
16	1	1	1	0	1	0	0
17	1	1	1	1	1	0	0

Grün:

	$\overline{B1}$	$B1$	$B1$	$\overline{B1}$	
$\overline{B2}$	00	01	05	04	$\overline{B4}$
$B2$	02	03	07	06	$B4$
$B2$	12	13	17	16	$B4$
$\overline{B2}$	10	11	15	14	$B4$
	$\overline{B3}$	$\overline{B3}$	$B3$	$B3$	

- Minterm 1:  $B4 * B2 * B1$       waagrecht (Felder 13, 17)
- Minterm 2:  $B4 * B3 * B2$       waagrecht (Felder 17, 16)
- Minterm 3:  $B3 * B2 * B1$       senkrecht oben (Felder 07, 17)
- Minterm 4:  $B4 * B3 * B1$       senkrecht oben (Felder 15, 17)

→ Funktionsterm:

$$gn = (B4 * B2 * B1) + (B4 * B3 * B2) + (B3 * B2 * B1) + (B4 * B3 * B1)$$

Rot:

	$\overline{B1}$	$B1$	$B1$	$\overline{B1}$	
$\overline{B2}$	00	01	05	04	$\overline{B4}$
$B2$	02	03	07	06	$B4$
$B2$	12	13	17	16	$B4$
$\overline{B2}$	10	11	15	14	$B4$
	$\overline{B3}$	$\overline{B3}$	$B3$	$B3$	

- Minterm 1:  $\overline{B4} * \overline{B3} * \overline{B1}$       senkrecht (Felder 00, 02)
- Minterm 2:  $\overline{B4} * \overline{B3} * \overline{B2}$       waagrecht (Felder 00, 01)
- Minterm 3:  $\overline{B4} * \overline{B2} * \overline{B1}$       waagrecht (Felder 00, 04)
- Minterm 4:  $\overline{B3} * \overline{B2} * \overline{B1}$       senkrecht (Felder 00, 10)

→ Funktionsterm:

$$rt = (\overline{B4} * \overline{B3} * \overline{B1}) + (\overline{B4} * \overline{B3} * \overline{B2}) + (\overline{B4} * \overline{B2} * \overline{B1}) + (\overline{B3} * \overline{B2} * \overline{B1})$$

Gelb:

Gelbe Lampe leuchtet, wenn weder grün noch rot an ist.

$$ge = \overline{gn} * \overline{rt} = \overline{ge + rt}$$